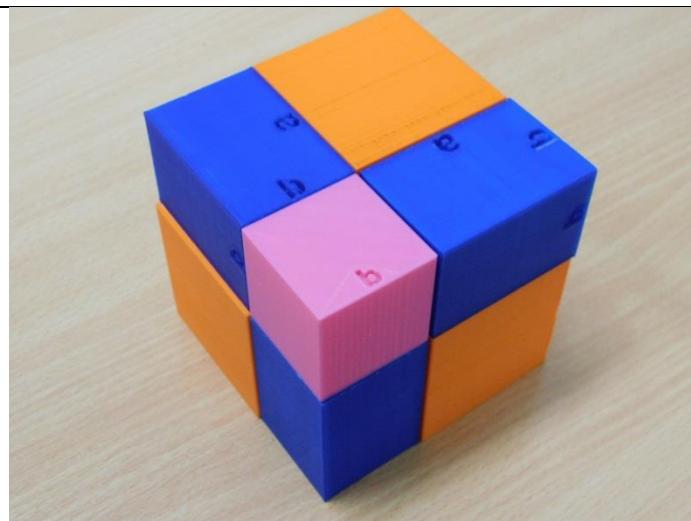




Obrazac Metodičkih preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda predmetnih kurikuluma i međupredmetnih tema za osnovnu i srednju školu	
OSNOVNI PODATCI	
Ime i prezime	Ružica Soldo
Zvanje	prof. matematike
Naziv škole u kojoj ste trenutačno zaposleni	Strojarska tehnička škola Fausta Vrančića
Adresa električne pošte	ruzica.soldo@skole.hr
Naslov Metodičkih preporuka	Kub binoma, razlika i zbroj kubova
Predmet (ili međupredmetna tema)	Matematika
Za međupredmetnu temu navesti u okviru kojeg nastavnoga predmeta, sata razrednika ili izvannastavne aktivnosti se izvodi.	
Razred	1. (prvi) (140 sati)
OBVEZNI ELEMENTI	
Odgovorno obrazovni ishod (oznaka i tekst iz kurikuluma predmeta ili međupredmetnih tema objavljenih u NN)	MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima. Razrada ishoda: Primjenjuje formule za kub binoma, zbroj i razliku kubova Sadržaj: Formule za kub binoma, zbroj i razliku kubova Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pri računanju ne treba inzistirati na složenim zadatcima, već na razumijevanju i primjeni pravila.



<p>Tijek nastavnog sata</p>	<p>Uvodni dio sata: Ponoviti formule za volumen kocke, kvadra i četverostrane prizme. Postavljanje problemskog zadatka:  (Slika1) Možemo li napuniti gepek automobila bez gubitka prostora s maksimalnom iskoristivosti kutijama dimenzija : $0.2 \times 0.2 \times 0.2$ metra, $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ metra,$0.5 \times 0.2 \times 0.2$ metra i $0.2 \times 0.5 \times 0.5$ metra? Pretpostavimo da gepek ima oblik kocke i veličina tovarnog prostora je $0.7 \times 0.7 \times 0.7$ metara. Koliko kutija pojedine vrste je najbolje uzeti da se prostor u potpunosti ispuni? Glavni dio sata: Podjeliti učenike u grupe . Svaka grupa dobije listić s zadatom kojeg treba shvatiti i dokazati. Vođa grupe prezentira rezultate cijelom razredu. 1. Grupa (listić br 1) Proučite i pokušajte razumjeti dokaz uz diskusiju i međusobnu raspravu , a zatim riješite ostale zadatke. Kub zbroja $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ Upute za uporabu modela Dokaz bez riječi Etape slaganja modela</p>
------------------------------------	--



(Slika 2)

-Matematički dokaz

Kocku obujma $(a+b)^3$ čini osam geometrijskih tijela : dvije kocke obujma a^3 i b^3 , tri jednakaka kvadra volumena ab^2 i tri kvadra obujma a^2b .

Zaključujemo:

Obujam kocke jednak je zbroju svih obujmova , odnosno vrijedi formula

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

1. Zadatak

Izračunaj koristeći dokazanu formulu $(5x+2)^3$

2. Zadatak

Izračunaj najbržim načinom bez korištenja kalkulatora čemu je jednako $0.2^3 + 3 \cdot 0.2^2 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 \cdot 0.5^2 + 0.5^3$. Što možeš zaključiti o tovarnom prostoru gepeka?

Možeš li odgovoriti na sva postavljena pitanja problemskog zadatka?

3. Zadatak

Čemu je jednak izraz $8a^3 + 12a^2 + 6a + 1$?



2. Grupa (listić br 2)

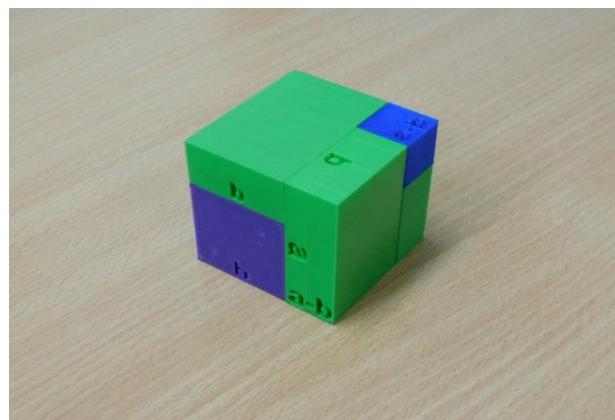
Proučite i pokušajte razumjeti dokaz uz diskusiju i međusobnu raspravu , a zatim riješite ostale zadatke.

Kub razlike

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

Upute za uporabu modela

- Dokaz bez riječi



(Slika 3)

Etape slaganja modela

U model šuplje kocke volumena a^3 stavimo tri kvadra volumena $ab(a-b)$, kocku volumena b^3 i kocku volumena $(a-b)^2$

-Matematički dokaz

Formulu kuba razlike $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ zapisat ćemo u drugom obliku

$$(a-b)^3=a^3-3ab(a-b)-b^3.$$

Izrazimo a^3 te dobijemo oblik $a^3=(a-b)^3+3ab(a-b)+b^3$.

Zaključujemo :

Kocku obujma a^3 čini zbroju volumena tri kvadra stranica $a,b,a-b$ te obujmovi dvije kocke : jedna stranice $a-b$, druga kocka stranice b .

1.Zadatak

Izračunaj koristeći dokazanu formulu $(4x-3)^3$

2.Zadatak

Čemu je jednak izraz $27a^3+54a^2+36a+8$?



3. Grupa (listić br 3)

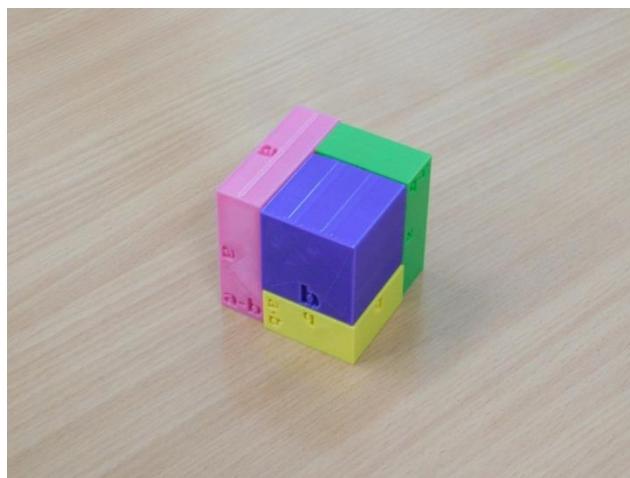
Proučite i pokušajte razumjeti dokaz uz diskusiju i međusobnu raspravu , a zatim riješite ostale zadatke .

Razlika kubova

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Upute za uporabu modela

- Dokaz bez riječi



(Slika 4)

Etape slaganja modela

U model šuplje kocke volumena a^3 stavimo plavu kocku volumena b^3 i tri kvadra određenih volumena. Rozi kvadar obujma $a^2(a-b)$, žuti kvadar volumena $b^2(a-b)$ i zeleni kvadar volumena $ab(a-b)$.

Matematički dokaz :

$$a^3 = b^3 + a^2(a-b) + b^2(a-b) + ab(a-b)$$

$$a^3 - b^3 = a^2(a-b) + b^2(a-b) + ab(a-b)$$

Faktoriziramo izlučujući izraz $(a-b)$, odakle slijedi traženi izraz

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

1.Zadatak

Izračunaj koristeći dokazanu formulu $(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$

2.Zadatak

Faktoriziraj $64x^3 - 27y^3$



4. Grupa (listić br 4)

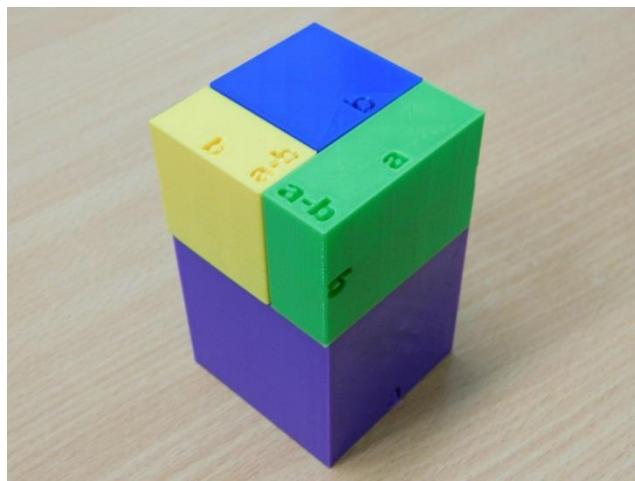
Proučite i pokušajte razumjeti dokaz uz diskusiju i međusobnu raspravu , a zatim riješite ostale zadatke.

Zbroj kubova

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

Upute za uporabu modela

- Dokaz bez riječi



(Slika 5)

Etape slaganja modela

U šuplji kvadar volumena $a^2(a+b)$ stavimo kocku volumena a^3 ,plavu kocku volumena b^3 , žuti kvadar volumena $b^2(a-b)$ i zeleni kvadar obujma $ab(a-b)$.

Matematički dokaz:

$$a^2(a+b)=a^3+b^3+b^2(a-b)+ab(a-b)$$

Jednostavnim sredivanjem izraza dolazimo do tražene formule

$$a^3+b^3=a^2(a+b)-b^2(a-b)-ab(a-b)$$

$$a^3+b^3=a^2(a+b)-b(a-b)(a+b)$$

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-b(a-b))$$

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

1.Zadatak

Izračunaj koristeći dokazanu formulu $(x + 7)(x^2 - 7x + 49)$

2.Zadatak

Faktoriziraj $125x^3+8$

Završni dio sata: Lista za procjenu



<p><i>Procijeni koliko dobro razumiješ i primjenjuješ formule kub zbroj i razliku kubova (Stavi X u stupcu koji odgovara tvojoj procjeni)</i></p>	<p><i>Uvijek, dobro</i></p>	<p><i>Ponekad uglavnom dobro</i></p>	<p><i>Ne baš, trebam pomoć</i></p>
Mogu ispravno napisati formulu za kub zbroja			
Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formule za zbroj kubova			
Mogu ispravno napisati formulu za kub razlike			
Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formulu za razliku kubova			

Domaća zadaća:

Aktivnosti učenika fotografiramo tijekom nastavnog sata. Pazimo da svaki učenik ima bar jednu fotografiju. Učenici na mail dobiju fotografije i to je materijal koji će im omogućiti rad domaće zadaće.

Zadatak1:

Koristeći lako dostupne besplatne programe izraditi prikladne plakate (na satu računalstva učenici su upoznati s odgovarajućim programima)

<https://www.befunky.com/create/designer>

<https://spark.adobe.com>

<https://www.canva.com>

Zadatak2:

Ispuniti anketu „Slika govori više od riječi“. Svaki učenik bira sliku na kojoj je on prikazan, kopira je i umeće na obilježeno mjesto te opisuje aktivnost .

„Slika govori više od riječi“



Što vidiš na slici? Opiši što si sve napravio /la? Što te oduševilo? Do kakvog zaključka si došao/la?

(Slika 6)

Što si naučio/la na ovoj radionici?

Kako si se osjećao/la tijekom radionice? (stavi ☺ u željenu kućicu i poveži ih sve jednom krivuljom)

DOBRO I I I I I I I I ILOŠE

USPJEŠNO I I I I I I I I NEUSPJEŠNO



	<p><i>OPTIMISTIČNO I_I_I_I_I_I_I_I_I_PESIMISTIČNO</i></p> <p><i>POSITIVNO I_I_I_I_I_I_I_I_I_NEGATIVNO</i></p> <p><i>ACTIVNO I_I_I_I_I_I_I_I_I_PASIVNO</i></p> <p><i>UZLAZNO I_I_I_I_I_I_I_I_I_SILAZNO</i></p> <p><i>TOPLO I_I_I_I_I_I_I_I_I_HLADNO</i></p> <p><i>BRZO I_I_I_I_I_I_I_I_ISPORO</i></p> <p><i>LAKO I_I_I_I_I_I_I_I_I_TEŠKO</i></p> <p><i>JAKO I_I_I_I_I_I_I_I_I_SLABO</i></p> <p>Zaokruži koja bi ikonica za tebe bila najzastupljenija tijekom radionice</p> 
<p>Opis svih aktivnosti (što rade učenici, a što učitelj/nastavnik)</p>	<p>Aktivnost 1 :</p> <p>Ponavljanje formula za volumen kocke, kvadra i četverostrane prizme.</p> <p>Nastavnik postavlja pitanja, a učenici izlaze na ploču i pišu tražene formule uz diskusiju i objašnjenja.</p> <p>Aktivnost 2 :</p> <p>Nastavnik postavlja problemski zadatak:</p> <p>Možemo li napuniti gepek automobila bez gubitka prostora s maksimalnom iskoristivosti kutijama dimenzija : $0.2 \times 0.2 \times 0.2$ metra, $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ metra, $0.5 \times 0.2 \times 0.2$ metra i $0.2 \times 0.5 \times 0.5$ metra? Prepostavimo da gepek ima oblik kocke i veličina tovarnog prostora je $0.7 \times 0.7 \times 0.7$ metara. Koliko kutija pojedine vrste je najbolje uzeti da se prostor u potpunosti ispuni?</p> <p>Učenici ulaze u diskusiju : oluja ideja (brainstorming)</p> <p>Nastavnik napominje da će na kraju nastavnog sata saznati točan odgovor i razumijeti problem.</p> <p>Aktivnost 3 :</p> <p>Nastavnik dijeli učenike u grupe.</p> <p>Svaka grupa dobije listić s raspisanim dokazom kojeg treba shvatiti i 3Dmodel uz dokaz. Učenicima se pruža fizičko iskustvo preslagivanja i otkrivanja veza između: aritmetike sa slovima, volumena i površina. Na taj način izvode matematičke dokaze koristeći vizualizaciju. Posebna se važnost daje ravnoteži proceduralnog i konceptualnog znanja kao temelj za kvalitetnu nastavu.</p>



	<p>Naglasak se stavlja na grupni rad, problemsku nastavu i kreativnost u nastavi matematike.</p> <p>Vođa svake grupe prezentira rezultate cijelom razredu. Dokazuje formulu, a ostali sudionici grupe rješavaju zadatke koje su dobili na listiću.</p> <p>Na kraju sata svaki učenik ima zapisane prezentacije svih grupa i riješene zadatke u bilježnici.</p> <p>Aktivnost 4 :</p> <p>Grupe čine 5 do 6 učenika. Svaka grupa bira vođu koji će prezentirati rad svoje grupe ostalim učenicima nakon provedenog istraživanja, dokazivanja i rješavanja problema.</p> <p>Nastavnik koordinira rad svih grupa , pomaže u otkrivanju veza 3D modela i raspisanog dokaza i fotografira tijek aktivnosti.</p> <p>Aktivnost 5 :</p> <p>Vođa svake grupe prezentira rješenja na ploči dokazujući i objašnjavajući formule te bira jednog učenika dane grupe da riješi ostale zadatke.</p> <p>Posebno se naglasak stavlja na prvu grupu i objašnjenje problemskog zadatka postavljenog na početku sata.</p> <p>Aktivnost 5 :</p> <p>Učenici nakon prezentiranih rješenja ispune listu za procjenu.</p> <p>Aktivnost 6.</p> <p>Učenici rade kahoot kviz</p> <p>Aktivnost 7.</p> <p>Nastavnik daje domaću zadaću</p>
Sadržaji koji se koriste u aktivnostima	Modeli 3D binoma koje su učenici napravili koristeći moderne tehnologije laser, 3d printer te znanja iz strukovnih predmeta. -Udjbenik : Z. Šikić, R.Kalazić, S. Lukač, B. Palanović MATEMATIKA 1, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred gimnazija i tehničkih škola, 1. dio, Profil , 2014., Zagreb -Plakat: u privitku na zadnjoj stranici



Primjeri vrednovanja za učenje, vrednovanja kao učenje ili naučenog uz upute	Lista za procjenu <table border="1"><tr><td><i>Procijeni koliko dobro razumiješ i primjenjuješ formule kub zbroj i razliku kubova (Stavi X u stupcu koji odgovara tvojoj procjeni)</i></td><td><i>Uvijek, dobro</i></td><td><i>Ponekad uglavnom dobro</i></td><td><i>Ne baš, trebam pomoć</i></td></tr><tr><td>Mogu ispravno napisati formulu za kub zbroja</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formule za zbroj kubova</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Mogu ispravno napisati formulu za kub razlike</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formulu za razliku kubova</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	<i>Procijeni koliko dobro razumiješ i primjenjuješ formule kub zbroj i razliku kubova (Stavi X u stupcu koji odgovara tvojoj procjeni)</i>	<i>Uvijek, dobro</i>	<i>Ponekad uglavnom dobro</i>	<i>Ne baš, trebam pomoć</i>	Mogu ispravno napisati formulu za kub zbroja				Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formule za zbroj kubova				Mogu ispravno napisati formulu za kub razlike				Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formulu za razliku kubova			
<i>Procijeni koliko dobro razumiješ i primjenjuješ formule kub zbroj i razliku kubova (Stavi X u stupcu koji odgovara tvojoj procjeni)</i>	<i>Uvijek, dobro</i>	<i>Ponekad uglavnom dobro</i>	<i>Ne baš, trebam pomoć</i>																		
Mogu ispravno napisati formulu za kub zbroja																					
Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formule za zbroj kubova																					
Mogu ispravno napisati formulu za kub razlike																					
Mogu faktorizirati izraz primjenjujući formulu za razliku kubova																					
Razrađeni	Problemski zadatak:																				



<p>problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci; ovisno o predmetu i nastavnoj temi</p>	<p>Možemo li napuniti gepek automobila bez gubitka prostora s maksimalnom iskoristivosti kutijama dimenzija : $0.2 \times 0.2 \times 0.2$ metra, $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ metra, $0.5 \times 0.2 \times 0.2$ metra i $0.2 \times 0.5 \times 0.5$ metra? Prepostavimo da gepek ima oblik kocke i veličina tovarnog prostora je $0.7 \times 0.7 \times 0.7$ metara. Koliko kutija pojedine vrste je najbolje uzeti da se prostor u potpunosti ispuni?</p> <p>Rješenje: Tovarni prostor možemo predočiti kao kocku volumena 0.7^3, a to možemo zapisati u obliku $0.7^3 = (0.2 + 0.5)^3$. Koristeći formulu za kub zbroja imamo</p> $0.7^3 = (0.2 + 0.5)^3 = 0.2^3 + 3 \cdot 0.2^2 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 \cdot 0.5^2 + 0.5^3$ <p>Možemo zaključiti da je najbolja iskoristivost tovarnog prostora kombinacija jedne kutije oblika kocke stranice 0.2 metra, jedne kutije oblika kocke stranice 0.5 metra, tri kutije oblika četverostrane prizme dimenzija $0.2 \times 0.2 \times 0.5$ metra i tri kutije oblika četverostrane prizme dimenzija $0.2 \times 0.5 \times 0.5$ metra</p>
DODATNI ELEMENTI¹	
<p>Poveznice na više odgojno- obrazovnih ishoda različitih predmeta ili očekivanja međupredmetnih tema</p>	<ul style="list-style-type: none">- učenik prilikom izrade modela ispituje i opisuje svojstva drva, plastike i drugih materijala- potiče se razvoja osobnoga i jedinstvenoga razmišljanja i uporabe tehnike i tehnologije sa svrhom kreativnoga inoviranja tehničke tvorevine- učenik uz podršku učitelja vrlo jednostavnim radnjama izrađuje jednostavne digitalne sadržaje prilikom izrade plakata
<p>Aktivnost u kojima je vidljiva</p>	<p>Izrada plakata- računalstvo</p>

¹ Sastavni elementi prijave koji omogućuju dodanu vrijednost provedbi javnog poziva. Nisu obavezni, ali nose dodatne bodove u skladu s kriterijima procjene Metodičkih preporuka.

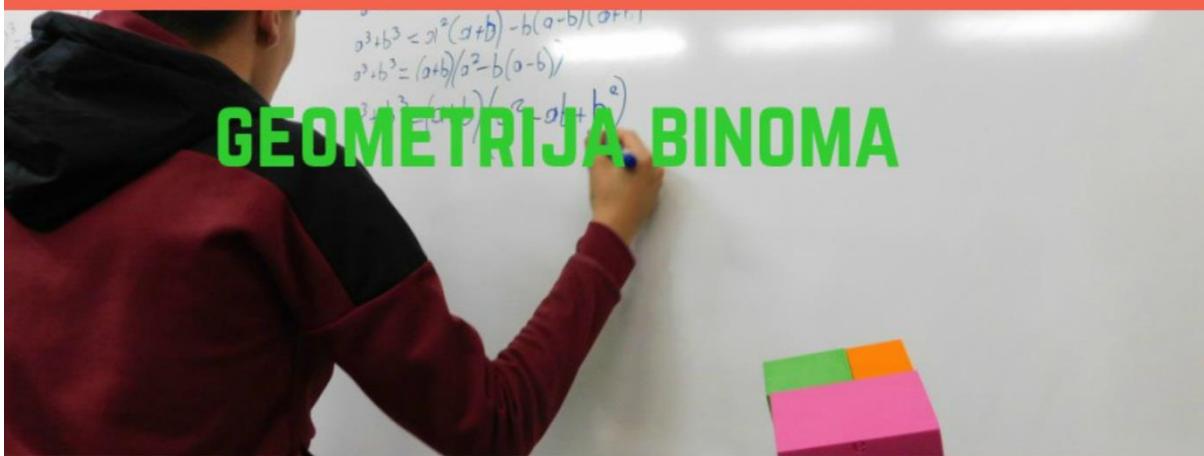
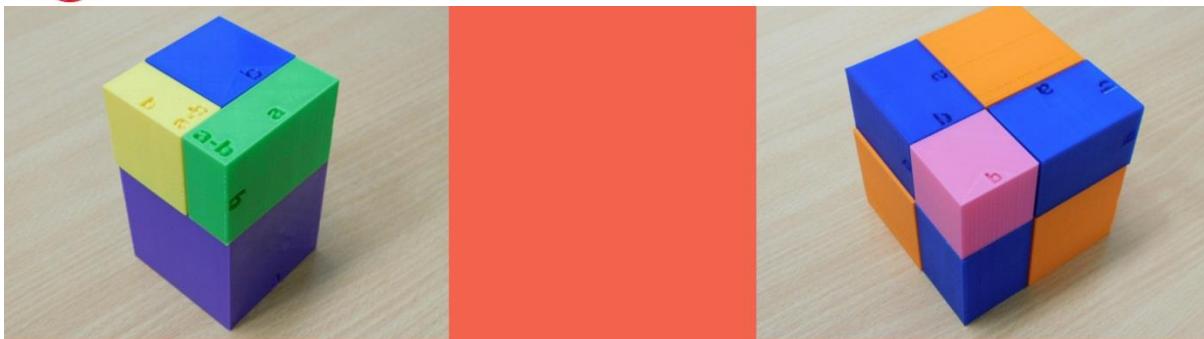


interdisciplinarnost	Izrada modela- strojarske tehnologije,tehničko crtanje
Aktivnosti koji obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama	<p>- Učenici s teskoćama ravnalom mjere dijelove modela i računajući površine uz vodstvo i pomoć profesora i vođe grupe dokazuju istinitost formula. Učenicima se pruža fizičko iskustvo preslagivanja i otkrivanja veza između aritmetike sa slovima i površina.</p> <p>-Napravljeni su i posebni modeli prilagođeni za slikepe i slabovidne Brailleovim pismom i jarkim bojama.</p>
Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima	
Upute za kriterijsko vrednovanje kompleksnih i problemskih zadataka i/ili radova esejskoga tipa	
Projektni zadaci (s jasnim scenarijima, opisima aktivnosti, rezultatima projekta, vremenskim okvirima)	
Poveznice na multimedijске i interaktivne sadržaje	https://create.kahoot.it/details/8f0fedae-4a40-482d-a6a8-326d948f6a53



Prijedlozi vanjskih izvora i literature	<p>[1] J. Hiebert, P. Lefevre, (1986.), Conceptual and procedural knowledge in mathematics</p> <p>[2] B. Dakić, N. Elezović, MATEMATIKA 1, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred gimnazija i tehničkih škola, 1. dio, Element d.o.o., 2014., Zagreb</p> <p>[3] Z. Šikić, R. Kalazić, S. Lukač, B. Palanović MATEMATIKA 1, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred gimnazija i tehničkih škola, 1. dio, Profil , 2014., Zagreb</p> <p>[4] http://www.mathdoubts.com/a-plus-b-whole-square-geometric-proof</p> <p>[5] http://www.mathsisfun.com/algebra/special-binomial-products.html</p> <p>[6] http://www.mathematische-basteleien.de/formula.htm</p> <p>Izvor (Slika1) http://arhiva.elitesecurity.org/t497450-Razlicite-informacije-zapremini-prtljaznika</p>
---	--

Plakat :



KUB BINOMA

$$(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a + b)(a + b)(a + b) = \\ = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) = (a - b)(a - b)(a - b) = \\ = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

