



Obrazac Metodičkih preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda predmetnih kurikuluma i međupredmetnih tema za osnovnu i srednju školu

OSNOVNI PODATCI

Ime i prezime	Tajana Golub Mendaš, prof.
Zvanje	Profesor savjetnik
Naziv škole u kojoj ste trenutačno zaposleni	Prva gimnazija Varaždin
Adresa elektroničke pošte	tajana.golub@skole.hr
Naslov Metodičkih preporuka	Primjena trigonometrijskih omjera u problemskim zadacima
Predmet (ili međupredmetna tema)	Matematika
Za međupredmetnu temu navesti u okviru kojeg nastavnoga predmeta, sata razrednika ili izvannastavne aktivnosti se izvodi.	
Razred	1. razred opće gimnazije

OBVEZNI ELEMENTI

Odgono-obrazovni ishod (oznaka i	D.1.3 Primjenjuje trigonometrijske omjere
----------------------------------	---



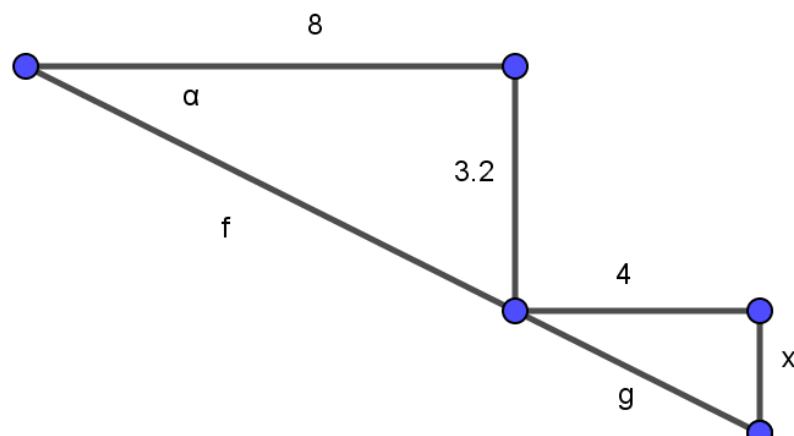
tekst iz kurikuluma predmeta ili međupredmetnih etnih tema objavljenih u NN)	
Tijek nastavnog sata	<p>Uvodni dio sata: ponoviti svojstva pravokutnog trokuta, Pitagorin poučak, Euklidov poučak, konstrukcije pravokutnog trokuta, ponoviti definicije trigonometrijskih funkcija i trigonometrijske omjere usvojene na prethodnom satu.</p> <p>Način rješavanja problemskih zadataka:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Pročitati pažljivo zadatak2. Nacrtati skicu3. Odrediti veličine koje su poznate i ispisati formule potrebne za rješavanje4. Pomoću algebre riješiti problem <p>Motivacija:</p> <p>Učenicima je zadan zadatak primjena trigonometrije, zadatak sadrži primjer iz stvarnog života u kojem treba odrediti visinu tornja crkve.</p> <p>Koristeći Geogebetu učenici skiciraju predložak i nastoje odgjetnuti koja veličina im treba da bi mogli odrediti zadanu duljinu.</p> <p>Najava teme:</p> <p>Promatra se situacija iz motivacijskog primjera i rješava se pomoću trigonometrijskog omjera.</p>
Opis svih aktivnosti (što rade učenici, a što učitelj/nastavnik)	Aktivnost 1. Učenici zajednički rješavaju motivacijski zadatak. Provjeravaju rješenja zajedno s nastavnikom i zapišu rješenje na ploču. Skicu crtaju u Geogebri na računalu koja se projicira. Aktivnost 2. Učenici u paru rješavaju zadatke primjene trigonometrijskih omjera. Nastavni listić sadrži pet problemskih zadataka. Na početku rješavanja učenici zajedno s nastavnikom ponavljaju što je kut elevacije i kut depresije. Učenici međusobno provjeravaju rješenja. Skicu crtaju u Geogebri na moblinoj aplikaciji. Aktivnost 3. Oni učenici koji su najspretniji u rješavanju pomažu učenicima koji su zapeli na način da crtaju skicu na računalu i objašnjavaju postupak. Nastavnik pomaže učenicima kod zahtjevnijih zadataka ako je pomoć potrebna.



	<p>Aktivnost 4.</p> <p>Nakon što većina rješi barem dva zadatka učenici prikazuju rješenje na ploči. Skica svakog zadatka je prikazana u Geogebri na projektoru.</p> <p>Svaki zadatak je temeljito analiziran i riješen. Učenici provjeravaju rješenja i sami međusobno diskutiraju ispravnost rješenja.</p> <p>Nastavnik kontrolira rješenje svakog od zadataka.</p> <p>Aktivnost 5. Izlazna kartica za kraj: u Google forms učenici dobivaju nekoliko pitanja višestrukog izbora na koji odgovaraju i dobivaju povratnu informaciju.</p> <p>Nastavnik kontrolira rješenje svakog zadatka.</p> <p>Na kraju sata učenici rješavaju izlaznu karticu na kojoj je zadan jedan trokut u kojem treba odrediti nepoznatu veličinu i jedan kratki zadatak primjene.</p>
Sadržaji koji se koriste u aktivnostima	<p>Nastavni listić :</p> <ol style="list-style-type: none">Čovjek visine 1.9 metara stoji na vrhu litice visoke 73.1 metara. Pod kutom depresije od 24° u daljini se vidi tanker. Koliko je tanker udaljen od podnožja litice ?Prozor stana poslovne zgrade je na visini od 15 metara. Kut depresije s tog prozora do podnožja susjedne zgrade je 25°. Koliko je poslovna zgrada udaljena od susjedne?S dva položaja A i B udaljena 100 metara promatran je vrh zvonika. Kod mjesta A kut elevacije je 32°, a kod B kut elevacije je 50°. Ako znamo da su podnožje zvonika i mjesta promatranja na pravcu, odredite visinu zvonika.



4. Odredi vrijednosti x i $f+g$ na sljedećoj skici :



5. Promatrač vidi vrh stabla smreke pod kutom od 23° . Kada se stablu primakne za 7 metara , vidi vrh stabla pod kutom od 33° . Koliko je visoka smreka ?

Primjeri vrednovanj a za učenje, vrednovanj a kao učenje ili naučenog uz upute	Vrednovanje za učenje: izlazna kartica napravljena u Google Forms obrazcu na kojoj su tri jednostavna zadatka primjene trigonometrijskih omjera. https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfqGlttBaoFVcsekRIPZy47mlmmdU3zRbfkDcz_aQgywUjw/viewform?usp=sf_link Učenici odmah dobivaju povratnu informaciju o tome da li barataju osnovnim pojmovima vezanim uz trigonometrijske omjere. Dobivaju točne odgovore i broj bodova.
---	--



Razrađeni
problemски
zadaci,
zadaci za
poticanje
kritičkog
razmišljanja
,,
kreativnosti
i/ili
istraživački
zadaci;
ovisno o
predmetu i
nastavnoj
temi

Vrh pramca broda se vidi pod kutem elevacije od 32° stupnja ako se gleda iz točke na obali. Ako smo od obale udaljeni 0.06 km koliko je visok pramac broda?

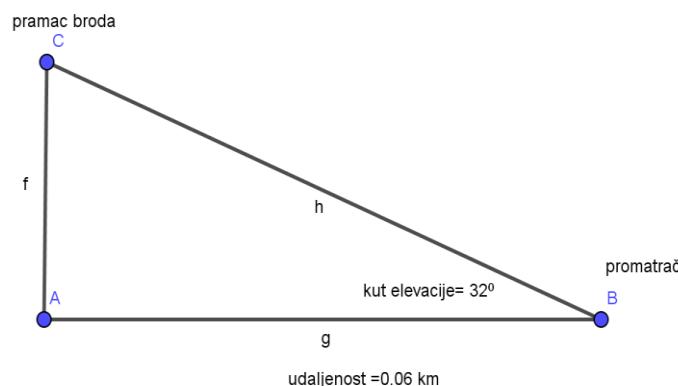
Analiza: u programu Geogebri učenici nacrtaju skicu:

Rješenje:

$$\tan 32^{\circ} = \frac{h}{60},$$

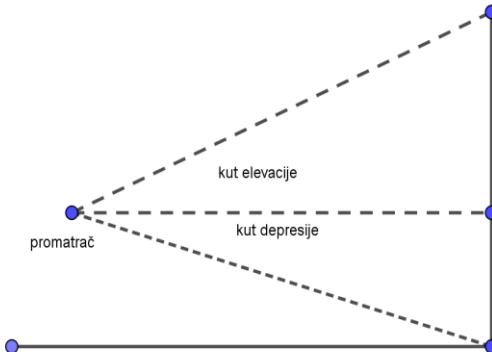
$$h = 60 \cdot \tan 32^{\circ}$$

$$h = 37.49 \approx 7.5 \text{ m}$$



Geogebra

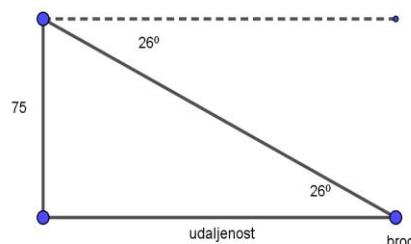
Učenici sa nastavnikom ponove definicije kuta elevacije i kuta depresije.





Rješenja nastavnog listića:

1. Zadatak:



Skica 1.

Geogebra 5.0

$$h = 1.9 + 73.1 = 75$$

Rješenje: $\frac{h}{x} = \tan 26^\circ$ $\frac{75}{x} = \tan 26^\circ$
 $x = 153.77m$

2. Zadatak (vidi skicu 1)

Rješenje:

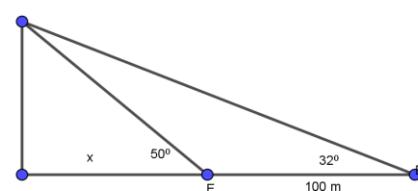
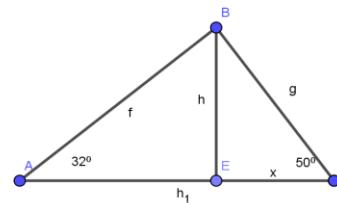
$$\tan 25^\circ = \frac{15}{\text{udaljenost}}$$

$$\text{udaljenost} = 15 \cdot \tan 25^\circ = 6.99 \approx 7 \text{ metara}$$



3. Zadatak

Skica3. (Geogebra 5.0)



Rješenje :

$$\frac{h}{x} = \tan 50^\circ \quad \frac{h}{100-x} = \tan 32^\circ$$

izjednačimo h :

$$xt \tan 50^\circ = t \tan 32^\circ (100 - x)$$

$$x \approx 34.4 \text{ m}$$

$$\text{u drugom slučaju } x = 34.4 + 100 \approx 134.4 \text{ m}$$

Zadatak se rješava na način da se veličina h izrazi na dva načina iz trokuta ABE i BED . Nakon toga rješavamo linearnu jednadžbu po x .

Zadatak 4.

Prema skici u zadatku najprije će se dobiti f pomoću Pitagorinog poučka i kut kod vrha A . Nakon toga učenici trebaju uočiti da su jednaki kutovi kod vrha A i C jer su to kutovi sa paralelnim kracima. Korištenjem omjera za tangens i sinus slijede rješenja zadatka.



$$\tan \alpha = \frac{3.2}{8}, \alpha = 21.8^\circ \quad \tan \alpha = \frac{x}{4},$$

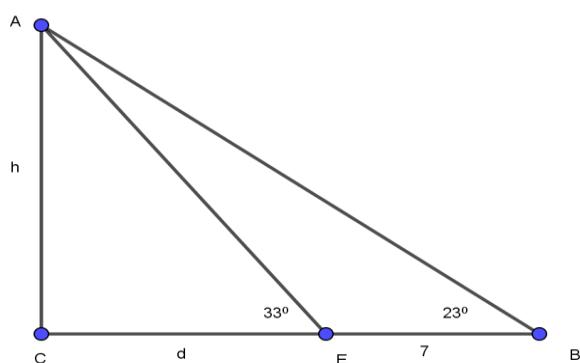
$$x = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$f = \sqrt{8^2 + 3.2^2} = 8.61$$

$$\sin 21.8^\circ = \frac{1.6}{g}, g = 4.3$$

$$f + g \approx 12.91$$

Zadatak 5.



Obrazloženje: Zadatak je sličan zadatku 3. Rješenje zadatka se svodi na izjednačavanje duljine h iz trokuta ABC i h iz trokuta AEC . Na kraju se dobije linearna jednadžba s jednom nepoznanicom koja se rješava na algebarski način.

$$\tan 23^\circ = \frac{h}{d+7}$$

$$\tan 33^\circ = \frac{h}{d}$$

$$\tan 23^\circ (d+7) = d \cdot \tan 33^\circ$$

$$d = 13.2m$$

DODATNI ELEMENTI¹

Poveznice na više	Učiti kako učiti B.1.4, Učiti kako učiti B.4.4
----------------------	--

¹ Sastavni elementi prijave koji omogućuju dodanu vrijednost provedbi javnog poziva. Nisu obvezni, ali nose dodatne bodove u skladu s kriterijima procjene Metodičkih preporuka.



odgojno- obrazovnih ishoda različitih predmeta ili očekivanja međupredm etnih tema	Učiti kako učiti A.2.2, Učiti kako učiti A.3.3
Aktivnost u kojima je vidljiva interdiscipli narnost	Rad u paru, suradničko učenje.
Aktivnosti koji obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama	<p>Učenici koji imaju teškoće, disleksija / disgrafija dobivaju zadatke isprintane u dyslexie fontu tako da im je puno lakše razumijevanje pročitanog.</p> <p>Nastavni listić:</p> <ol style="list-style-type: none">Čovjek visine 1.9 metara stoji na vrhu stijene visoke 73.1 metara. Pod kutom depresije od 27° u daljini se vidi brod. Koliko je brod udaljen od podnožja stijene?Prozor stana poslovne zgrade je na visini od 15 metara. Kut depresije s tog prozora do podnožja susjedne zgrade je 25°. Koliko je poslovna zgrada udaljena od susjedne?S dva mjesta A i B udaljena 100 metara promatran je vrh zvonika. Kod mjesta A izmjerena je kut elevacije 32°, a kod mjesta B kut od 50°. Ako znamo da su podnožje zvonika i mjesta promatranja na pravcu, odredite visinu zvonika.Odredi nepoznatu udaljenost $f + g$ i x sa skice:



	<p>5. Promatrač vidi vrh stabla smreke pod kutom od 23°. Kada se stablu primakne za 7 metara, vidi vrh stabla pod kutom od 33°. Koliko je visoka smreka?</p>
Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima	<p>Učenici koji su prvi riješili zadatke u paru dobivaju teže zadatke s natjecanja.</p> <ol style="list-style-type: none">1. U jednakokračnom trapezu srednjica je duljine l, a dijagonale su međusobno okomite, odredi površinu trapeza. <i>Županijsko natjecanje 2009. HMD</i>2. Dan je pravilni deveterokut s duljinom stranice a. Kolika je razlika duljina najdulje i najkraće dijagonale? <i>Državno natjecanje 2009. HMD</i>3. Opseg pravokutnog trapeza je 20 cm, a kosinus njegovog šiljastog kuta iznosi $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Koliko bi trebala iznositi visina trapeza kako bi on imao maksimalnu površinu? Kolika je maksimalna površina? <i>Županijsko natjecanje, 2015, B, HMD</i>4. U pravokutnoj dvorani nalazi se tepih u obliku romba. Površina tepiha iznosi 54 m^2, a opseg 30 m. Vrhovi romba su točno u polovištima stranica pravokutnika. Odredite dimenzije dvorane. <i>Županijsko natjecanje, 2015, B, HMD</i> <p>Zadaci su s natjecanja preuzeti sa stranica HMD-a</p>
Upute za kriterijsko vrednovanje kompleksnih i problemskih zadataka i/ili radova esejskoga tipa	
Projektni zadaci (s jasnim scenarijima,	



opisima aktivnosti, rezultatima projekta, vremenskim okvirima)	
Poveznice na multimedijiske i interaktivne sadržaje	https://edutorij.e-skole.hr/
Prijedlozi vanjskih izvora i literature	